

## 原子核準位密度公式の現状

(富士電機(株)) 中村 久

### 0. はじめに

既存の核反応統計理論計算コードに組み込まれている準位密度公式は、今日でも殆どGilbert-Cameron (G-C) 公式であるといえる。同公式は25年よりも前に提案されたものであり、近年になっては Ramamurthy や Ignatyuk によって、より合理的なモデルにもとづく公式が提案されてきている。そこで、原子核準位密度研究の現状を、調査し、次の視点よりまとめることを試みた：

- ・現行G-C公式ではもはや不十分とする根拠はあるか。
- ・一方、代替公式とそのパラメータの系統性が得られているか。
- ・更に合理的な系統性を得るための課題は何か。

なお、本稿はシグマ委員会の旧理論計算コードWGの調査報告に、高エネルギー核反応への展開も視野に入れて若干補足して整理したものである。

### 1. 準位密度研究の概観

近年の国際専門家会議<sup>(1)</sup>における総括をみると、理論モデルと実験データの2つの分野に分けて、それぞれ以下の様にまとめることができる。時期的には10年前のものであるが、研究の方向としては今日でも変わっていないようである。最近では、入射粒子エネルギー 100 MeV 以上の高エネルギー核反応における準位密度の取り扱いの話題<sup>(2)</sup>がこれに加わる；

[理論・モデル] :

現象論的モデル - Fermi-Gas (FG) model の公式より出発し、これに shell effects、odd-even effects、collective enhancements、microscopic effects (isospin dependence、finite size) 等の補正項を加え、それに含まれるパラメータ値の系統性を与える。その代表例がG-C 公式である。

Microscopic Fermi-gas Model - Shell-model 単一粒子レベルと粒子対効果 (pairing effect) に対するBCS理論による数値計算モデル。集団運動効果は考慮しにくい。現象論的モデルの検証に役立てるという位置付け。

Non-Fermi-gas Methods — Direct iterative techniques、Number theoretical methods、Hamiltonian moment expansion 等がある。後者においては Two-body force の効果を近似的にあるいは厳密に考慮する事が可能であるが、計算時間がかかりすぎる。

Exciton の準位密度 — Williams formula が出発点。これは数論的な式であり、これと上記現象論的モデルとを統一的に取り扱うことが必要。この時、上述の Number theoretical methods が役立つ。

[実験データ解析] :

必要精度 — 断面積計算に要求される準位密度の精度は、20 MeV 以下の領域では 10%程度以下である。現状では、30%~100%の誤差になる場合もあり、その主因は共鳴データ統計処理の不十分さ（数え落とし）にある。

共鳴データの統計処理 — 平均共鳴間隔を求めるに際して、従来行われてきた単純な数え上げ方式では不十分であり、中性子幅に関する Porter-Thomas 分布を考慮した統計処理を行なうこと。これにもとづかない共鳴間隔データは信頼できない。

Proton 共鳴データの利用及び p-wave 準位密度の分離 — 前者のデータも蓄積してきている。後者は精度向上につながる。

共鳴データ以外の情報源 — Particle emission spectra, cross-section fluctuations 等。前者を利用する場合、前平衡・直接反応過程の混入に注意すべき。この点、(p,n)、( $\alpha$ ,n)、( $\alpha$ ,p)-spectra が最適。

[高励起エネルギー領域での準位密度] <sup>(2)</sup>:

Fermion-gas model の基本的仮定 (cut-off なしの単一粒子レベル) が問題となり、高エネルギー部に cut-off 点を設定することが提案されている。これにより、約100 MeV 以上となると、準位密度は FG モデル型からはずれ、更に高励起 ( $\sim 4A$  MeV、A : 核子数) になるとむしろ下がり始め、全結合エネルギー相当の領域では 0 に近づく傾向を示すと考えられる。

## 2. G-C 公式の適用限界について

ここでいう G-C 公式とは<sup>(3)</sup>、従来よりの FG モデルを代表し、いわゆる Saddle-Point 近似の方法で得られる標準的な公式において、励起エネルギー  $E_X$ 、スピン I の準位密度  $\rho(E_X, I)$  に対して次の基本式で表わされるものをいう；

$$\rho(E_X, I) = \omega(E_X)(2I+1)\exp(-(I+1/2)^2/2\sigma^2)/[(8\pi)^{1/2}\sigma^3],$$

$$\omega(E_X) = \exp(S)/[(2\pi)^{3/2}D^{1/2}],$$

$$D = (18/\pi^4)\bar{a}^{1/2}E_X^{5/2}.$$

上式において、エントロピー  $S$  及び spin cut-off factor  $\sigma^2$  は、熱力学的温度  $t$  を補助パラメータとして次の様に定義される；

$$E_X = \bar{a}t^2, \quad S = 2\bar{a}t, \quad \sigma^2 = J_{FG}t$$

$\bar{a}$  : 準位密度パラメータ（定数）  
 $J_{FG}$ : 慣性能率（FG モデル）

実用上の G-C 公式では、粒子対効果（pairing effect）を考慮するために、次の様な実効励起エネルギー  $U$  を導入する；

$$U = \bar{a}t^2, \quad S = 2\bar{a}t, \quad \sigma^2 = J_{FG}t \quad (1)$$

$E_X \Rightarrow U = (E_X - \delta)$ : 実効励起エネルギー  
 $\delta$ : odd-even effects,  $= 0$  (odd-odd 核)

上記 (1) 式に於いて、 $\bar{a}$  が唯一の free parameter であり、shell-effects、変形核効果等は  $\bar{a}$  値に現れる系統性として与える。なお、上記準位密度式は  $U \sim 0$  で発散する形式であるが、G-C 公式では低励起エネルギー部をいわゆる定核温度型に置き換えることによってこれが避けられるようになっている。

## 2.1 Shell-model effects の励起エネルギー依存性

通常の FG モデルで想定している様に単一粒子モデル準位が等間隔に分布する場合は、(1) 式の  $\bar{a}$  は定数となるが、実際には殻構造をもつため定数とはならない。Ramamurthy ら<sup>(4)</sup> と Ignatyuk ら<sup>(5)</sup> は、かかる Shell-effects のため、(1) 式に代えて次の様に表現した；

$$U - U_T = \alpha t^2, \quad S = 2\alpha t, \quad \sigma^2 = J_{FG}t \quad (2)$$

### KRK (Ramamurthy) モデル：

$$\alpha = \bar{a} + (E_S/t^2)(\tau \coth(\tau))(\tau \coth(\tau) - 1) \quad (2a)$$

$$U_T = E_S[(\tau \coth(\tau))(\tau \coth(\tau) + 1)/2 - 1], \quad (\tau = \pi \omega t)$$

$$\omega = \omega_0 A^{1/3}, \quad \omega_0: \text{fitting parameter}$$

### I S T(Ignatyuk)モデル：

$$\begin{aligned} a &= \bar{a}[1+(E_S/U)\{1-\exp(-\gamma U)\}], \\ U_T &= 0, \\ \gamma &= \gamma_0 A^{-1/3}, \quad \gamma_0: \text{fitting parameter} \end{aligned} \tag{2b}$$

すなわち、(2)式にみられるように、FGモデルの定数  $\bar{a}$  は励起エネルギー依存性をもつパラメータ  $a$  でそれぞれ置き換えられる。両モデルの差は補正項の違いの他に、 $\sigma^2$  の定義にも現れる；

$$\sigma^2(KRK) = J_{FG}S/2\bar{a}, \quad \sigma^2(IST) = J_{FG}S/2a \tag{2c}$$

上記KRKモデルの  $\sigma^2$  は実験データ解析から経験的に設定された。なお、上記(2b)の式の利点は、Uが与えられると直ちに補正項の値が決まることである。両者に共通の手法は基底状態における殻構造補正エネルギー  $E_S$  を核の質量公式を用いて、

$$E_S = M_{\text{exp}} - M_{\text{drop}}, \quad M_{\text{drop}}: \text{液滴モデル成分} \tag{3}$$

で定義し、共鳴データ等を用いた通常の手順で上記定数  $\bar{a}$  の値を求める。その時、

$$\bar{a} = \alpha A + \beta A^{2/3}, \quad \chi^2 = \sum_i (\bar{a}_i - \alpha A_i - \beta A_i^{2/3}) \tag{4}$$

とおいて、 $\chi^2$  値が最小となるように  $\alpha$ 、 $\beta$  及び  $\omega_0$ 、または  $\gamma_0$  の値を決める。なお、上記核種（質量数  $A_i$ ）が変形核の場合は、表面積項  $A^{2/3}$  に補正因子を加える。上述の手順で決めた  $\alpha$  及び  $\chi^2$  値の例を第1図に示す<sup>(6)</sup>。なお、この場合共鳴データの処理に際して Porter-Thomas 分布が考慮されている。同図によれば、FGモデルにみられるバラツキは、KRKまたはISTモデルによりかなり改善されていることを示しており、また、両モデルは殆ど同等な特性を示すものと思われる。なお、上記(2a)、(2b)両式には殻構造効果の励起エネルギー依存性に関する物理的考慮が払われており、両式の高励起エネルギー領域でのふるまいは共に、

$$S^2 = 4\bar{a}(U+E_S), \quad \tau, U \rightarrow \text{無限大} \tag{5}$$

により表わされるようになり、基底エネルギーが  $E_S$  だけずれるのみで、エントロピー  $S$  のエネルギー依存性は、FGモデルと同一となるようになっている。

## 2.2 準位密度の励起エネルギー依存性に関するパラメータ

ここでは、複合核放出粒子スペクトルの再現性の問題について述べる。この問題へのアプロー

チとして、FGモデルによる共鳴データ及び非弾性散乱スペクトル測定データの解析例を第2図に示す。同図の結果は、共鳴間隔データより求めた $\bar{a}$ 値と、放出粒子スペクトルにfittingするように決めた $\bar{a}$ 値とが、特に変形核の領域で、系統的にずれることを示している。これは明らかにFGモデルの限界を示すとして、次の項において述べる集団運動（回転）準位を考慮すべきことの根拠とされた。また、A=58~209の核種について、(n, n')(E<sub>n</sub>=2~7.5 MeV)反応の放出粒子スペクトルが測定され、第3図に示すような定性的な結論が得られている<sup>(7)</sup>；

- ① closed-shell (n- or p-shell) を含む核では、定核温度型のスペクトル、double closed-shell 核では、四型のスペクトルが現れる、
- ② 上記以外、特に変形核では、FGモデルで良く表現される。

なお、角度分布測定データの検討結果より、前平衡あるいは直接過程反応成分の寄与は無視できるとしており、少なくとも上記定性的な結論への影響は小さいと思われる。放出粒子スペクトルの解析よりえられたこれらの結論は、KRKまたはISTモデルの導入により比較的容易に説明できる。すなわち、

- ① 新規モデルでは、 $\bar{a}$ に加えて $\omega_0$ または $\gamma_0$ がパラメータとして参加するので、それだけ共鳴データと放出粒子スペクトルを同時に再現させ易い。
- ② E<sub>S</sub> 値の小さい変形核ではFG型スペクトルとなり、E<sub>S</sub> 値の大きい閉殻近傍の核では、自動的に定核温度型スペクトルが現れるようになる。

### 2.3 集団運動（回転及び振動）準位の追加

核の統一モデルによれば、いわゆる collective enhancements を考慮すべきである。例として上記(2b)のISTモデルについて、これらの補正項が追加された<sup>(8)</sup>；

$$\rho(U,I) = \rho_{FG}(U,I) \cdot K_{rot} \cdot K_{vib}, \quad \sigma^2 \rightarrow \sigma_{eff}^2 \quad (6)$$

ここで、  
 $\rho_{FG}(U,I)$ : FGモデル準位密度公式  
 $K_{rot}$ ,  $K_{vib}$ : 回転、振動に対する補正項  
 $\sigma_{eff}^2$ : 実効 spin cut-off factor  
 $J_{FG} = g_0 <m^2>$ : FGモデル慣性能率

$$K_{rot} = J_{\perp} t, \quad K_{vib} \sim \exp\{1.7(\rho_0/h^2\alpha)^{2/3} R_0 t^{4/3}\}; \text{ surface oscillation model}$$

$$\sigma_{eff}^2 = J_{\perp}^{2/3} J_{\parallel}^{1/3} t \text{ (deformed)}, \quad = J_{\parallel} t \text{ (spherical)}$$

$$J_{\parallel} = J_{FG}\{1-(2/3)\epsilon\}, \quad J_{\perp} = J_{FG}\{1+(1/3)\epsilon\}$$

$\epsilon$ : quadrupole deformation parameter

上記(6)式において、 $K_{\text{tot}} \sim \sigma_{\text{eff}}^2$  であり、この因子の分だけ準位密度が増大することになる。従って、第2図で述べた不一致は解消される方向である。

## 2.4 対相関の解析的表現

これまでの議論では、粒子対相関については、いわゆる odd-even effects ( $\delta$ ) を単純に導入しての取り扱いであった。これに対して、BCS理論を核にも応用することが行われてきたが、定性的にはともかく、定量的には実用化の段階にない。核のBCS理論によれば、対相関は粒子結合エネルギー程度の励起までの現象であり、odd-even effects の扱いで十分（または shell effects  $E_S$  に含める）との考え方もあるが、相転移点の存在に特徴がある。例えば、慣性能率について、ISTモデルでは、BCS理論の近似的（解析的）表現として、次のように提案している<sup>(8)</sup>；

$$\begin{aligned} J_{FG} \rightarrow J_P &= J_{FG}(t_C/t)(1-\phi^2) : \quad (t < t_C), \\ \phi &= \tanh(t_C\phi/t), \quad t_C = 0.567\Delta_0 : \text{相転移点} \\ \Delta_0 &: \text{対相関エネルギー (基底状態)} \end{aligned} \quad (7)$$

すなわち、上記関数  $\phi$  を導入して対相関領域における対相関エネルギー  $\Delta$  の励起エネルギー依存性を近似的に表わす。その他、S 及び U 等の量も (7) 式と同様に表わされるが、本質的な点は、相転移点以上の励起エネルギー領域では、これらは FG モデルに一致する。但し、

$$U = E_X - (E_C - \delta_B) : \quad (t > t_C) \quad (8)$$

$$E_C = (1/4)g_0(\Delta_0)^2 = 3\bar{a}(\Delta_0)^2/2\pi^2 : \text{凝縮エネルギー (基底状態)},$$

$$\Delta_0 = 12A^{-1/2} \quad (9)$$

なお、 $\delta_B = 0$ (even-even)、 $= \Delta_0$ (odd nuclei)、 $= 2\Delta_0$ (odd-odd) であり、上記  $\delta_B$  は、(1)式の  $\delta$  とは異なり、odd-even effects の導入方法が異なるので注意を要する。ここで、 $(E_C - \delta_B) \sim \delta$  であれば通常の FG モデルと同等である。また、shell-energy  $E_S \neq 0$  の場合には、相転移温度  $t_C$  に対応する励起エネルギー  $U_C$  を決めるために次の非線型方程式を解いて  $a_C$  を求めねばならない；

$$\begin{aligned} a_C &= \bar{a}[1 + (E_C/a_C t_C)^2] \{1 - \exp(-\gamma a_C t_C^2)\}, \\ E_X &= a_C t_C^2 + E_C \quad U_C = E_X - (E_C - \delta_B) \end{aligned} \quad (10)$$

この時、(8)式の  $E_C$  は実効的に  $E_C' = E_C(a_C/\bar{a})$  となり、一種の shell-pairing correlation が考慮される。結局のところ、励起エネルギー  $E_X$  を入力すると、ISTモデルでは (7) 及び (10) 式の 2 つの方程式を熱力学的温度  $t$  を補助パラメータとして解く必要があり、この意味で

はK R Kモデルと同じ手順となる。

ここで、上述 shell-、pairing- 及び collective-effects 補正を同時に考慮した I S T モデル (G S モデルと呼ばれる) による解析例を第4図<sup>(8)</sup>に示す。同図で shell- 及び pairing-effects のみを考慮した場合のバラツキが大きいのは、pairing-correlation  $\Delta_0$  値を単純に (9) 式の様に与え、さらに慣性能率  $J_p$  に shell-effect が考慮されないため、 $\sigma^2$  値の評価が現 I S T モデルでは十分でないことに由来すると思われる。集団運動準位を考慮すると上記バラツキが解消するのは、(6) 式において述べた様に  $\sigma^2$  因子分だけ分子、分母で相殺される為に  $\sigma^2$  自体の効果が減少したことの影響と考えるべきであろう。最近の G S モデルによる実験データ解析でも、この点が指摘されている<sup>(9)</sup>。これに関する詳細は、Appendix においても述べている。

## 2.5 準位密度公式改訂の必然性について

これまで述べてきたことは、G-C 公式に対して、単一粒子準位に関する shell-、pairing-effects、および集団運動準位の補正について、それぞれ別々に検討したものである。従来の G-C 公式でも、これらは一応パラメータ  $\bar{a}$  及び odd-even effects  $\delta$  の値に考慮されてはいるが、より合理的モデルとの比較より、G-C 公式のままでは、実験データの再現性、パラメータ値の系統性の上で次の様な問題が生じる；

shell effects : 共鳴データの fitting から得たパラメータ  $\bar{a}$  値の系統性におけるバラツキが大きすぎる。また、定核温度型と FG モデル型スペクトルの系統的な現れ方が説明できない。

pairing effects : spin cut-off factor  $\sigma^2$  に関する慣性能率の剛体モデルからのずれが記述できない。但し、この点は理論的予測であり、従来の odd-even effects  $\delta$  の導入による方法では不十分なことを示す準位密度の実験データ解析例は少ない。

collective effects : 変形核領域において、共鳴データと放出粒子スペクトル・データを同時に再現できない。

最後の点は、collective effects に限られる事ではなく、上記両データの fitting のためにには、G-C 公式のパラメータでは原理的に数不足である。なお、I S T モデルにおける pairing effect の取り扱いに関連して、shell-pairing correlation に留意した解析例が少ないので、pairing effects 取り扱いの最終的な結論は現状では出せないが、少なくとも、従来の G-C 公式に代えて、新たな公式の採用を検討すべき時期にあることは確かである。

## 3. 代替準位密度公式の可能性について

これまで述べた考察にもとづき、従来の G-C 公式に代えて、新たな公式とそのパラメータの系統性を、統計理論を含む計算コードのデータ・ベース、またはライブラリーとして準備する状況を想定して、作業上の課題をまとめてみた；

- ① 中性子及び陽子共鳴間隔の導出：従来の単純な数え上げ方式に代えて、Porter-Thomas分布を考慮した統計処理が必要となる。代表的処理コード：STARA, from F.H. Frohner, KfK-3553 (1983).
- ② 準位密度励起エネルギー依存性の抽出：10MeV 以下の入射エネルギーの場合は測定データをそのまま使うとしても、それより上では測定放出粒子スペクトル・データを用いて抽出する。使用コード例：GNASH、等。
- ③ 代替密度公式の設定： KRK、I S T モデル、または改良モデル。具体的には、以下の事項に関する選択が必要となる：
  - i) 集団運動（特に振動）を考慮するかどうか。
  - ii) 対相関の取り扱い手法。従来通りの $\delta$  方式か、I S T モデル方式か。または別手法 (Appendix 参照) の導入か。
  - iii) n-shell、p-shell 別々のパラメータ系統性の導入。すなわち、 $\omega(A) \Rightarrow \omega(Z,N)$  とする。
- ④  $E_S$  及び  $\Delta_0$  を求める場合の質量公式の設定：特に、変形のパラメータ等を、準位密度のパラメータに対応させる。また、 $E_S$ 、 $\Delta_0$ （または $\delta$ ）値等のテーブル化は避ける。すなわち、(Z,N) の入力だけで全てのパラメータ値が計算できるようにし、精度的にもそれで十分と思われる。いくつかの例も現存する。
- ⑤ 広範囲核種のパラメータの値に関する系統性の取得：原子核質量テーブル及び上記①、②を Data Base とする。

## 参考文献

- (1) M.R. Bhat: BNL-NCS-52694, 1983. Proceedings of the IAEA Advisory Group Meeting on Basic and Applied Problems of Nuclear Level Density.
- (2) S.M. Grimes: Z. Phys. A-Hadrons and Nuclei, 343, 125-129 (1992).
- (3) A. Gilbert and A.W.G. Cameron: Can. J. Phys. 43, 1446 (1965).
- (4) S.K. Kataria, V.S. Ramamurthy and S.S.Kapoor: Phys. Rev. C18, 549 (1978).
- (5) A.V. Ignatyuk, G.N. Smirenkin and A.S. Tishin: Sov. J. Nucl. Phys. 21, 255 (1975).
- (6) H. Vonach, et al: Phys. Rev. C38, 2541 (1988).
- (7) M. Maruyama: Nucl. Phys. A131, 145 (1969).
- (8) A.V. Ignatyuk, K.K. Istekov and G.N. Smirenkin: Sov. J. Nucl. Phys. 29(4), 450 (1979).
- (9) M.I. Svirin and G.N. Smirenkin: Nuclear Data for Science and Technology (1988, MITO), p.763.

## Appendix

### Shell-Pairing Correlations について

現象論的モデルでは、shell-、pairing-effects をそれぞれ独立にパラメータ（または関数）を導入して取り扱っているが、より合理的に考慮するためには Microscopic Fermi-Gas (MF G) モデルによらねばならない。しかし、この M F G モデルは数値解析法であり、準位密度公式の検証法として用いるべき位置付けにある。また、有限粒子数の原子核に B C S 理論をそのまま適用することにも問題がある。ここでは、本文に述べた F G、K R K、I S T モデルの特性の数値的比較を示すと同時に、参考用として S P C (Shell-Pairing Correlation) モデルの例を示す。この手法は、Ramamurthy らのモデルの main-shell effect に加えて、準粒子準位モデルによる一種のスペクトル効果として対相関効果を取り入れる。本モデルは、入力すべきパラメータの系統性を出来るだけ単純な形にすることを目的にしている。数値的比較に先立ち、上記 S P C モデルの概要を述べておく；

### プランクの分配関数

$$\Omega = \int d\epsilon [g(\epsilon) \log \{1 + \exp \beta(\mu - \epsilon)\}^2] : \text{2重縮退 levels}$$

$$\beta = 1/t, \quad \mu : \text{Fermi level}$$

### Shell-model 準位密度

K R K モデル  $g(\epsilon) = g_0 + g_S \cos\{\omega(\epsilon - \epsilon_0)\}, \quad \omega = 2\pi/d_S,$   
 $\epsilon_0, d_S : \text{main-shell energy, spacing.}$

S P C モデル  $g(\epsilon) = g_0[1 + f_S \cos\{\tilde{\omega}(\epsilon - \epsilon_0)\}] \times [1 - \cos\{q|\epsilon - \mu|\}], \quad q = 2\pi/d_P$   
 $d_P : \text{準粒子準位 spacing}$

### 熱力学的特性

#### 一般形式

$$\begin{aligned} \bar{a} &= (\pi^2/3)g_0, & U &= E_X - \delta_{SP}, \\ S &= 2\bar{a}t + S_T, & U &= \bar{a}t^2 + U_T, \\ \sigma^2 &= J_T t \end{aligned} \tag{A1}$$

S P C(1) :  $f_S = 0$ , pairing effect のみ。

$$\begin{aligned}
U_T &= E_P[1-h_2(\tau_p)], \quad (\tau_p = \pi q t), \\
a &= \bar{a} - 0.5(E_P/t^2)[h_2(\tau_p) - h_1(\tau_p)], \\
h_1(\tau_p) &= \tau_p \operatorname{cosech}(\tau_p), \quad h_2(\tau_p) = h_1(\tau_p)(\tau_p \coth(\tau_p)) \\
E_P &= g_0/q^2 = (3/\pi^2)\bar{a}/q^2 : \text{対相関凝縮エネルギー } (\tau_p = 0) \\
\delta_{SP}(\text{even-even}) &= 0^{(a)} \\
J_T &= J_{FG}[1-h_1(\tau_p)]
\end{aligned} \tag{A2}$$

**S P C (2) :** shell-, pairing-effects.

$$\begin{aligned}
S_T &= (1/t)[E_S\{h_2(\tau) - h_1(\tau)\} - E_P\{h_2(\tau_p) - h_1(\tau_p)\}], \\
a &= \bar{a} + 1/2(1/t^2)[E_S\{h_2(\tau) - h_1(\tau)\} - E_P\{h_2(\tau_p) - h_1(\tau_p)\}], \\
U_T &= -E_S[1-h_2(\tau)] + E_{SP}[1-h_2(\tau_p)], \\
E_S &= (g_0 f_S / \omega^2) \cos \omega(\mu - \epsilon_0)^{(b)}, \\
E_{SP} &= (3/\pi^2)\bar{a}/q^2 + E_S(\omega/q)^2 : \text{対相関凝縮エネルギー } (\tau, \tau_p=0) \\
\delta_{SP}(\text{even-even}) &= 0^{(a)} \\
J_T &= J_{FG}[1-h_1(\tau_p) + E_S(\omega^2/g_0)\{h_1(\tau) - h_1(\tau_p)\}]
\end{aligned} \tag{A3}$$

(注a) IST モデル (8) 式の  $\delta_B$  に対応する odd-even effects。

(注b) Fermi-level、 $\mu$  の励起エネルギー依存性は、KRK モデルと同様無視している。また、 $(\mu - \epsilon_0)$  を、任意の main-shell (p-、n-shells) がどの程度満たされているかを示すパラメータで置き換えることもできる。

以下では、FG、KRK、IST、SPC モデルを比較しながら、それぞれのモデルの  $\sigma^2$  の励起エネルギー依存性の振舞いの差を、(a) pairing-effect only、(b) shell-pairing correlation の 2 ケースについて、第 5 図に示した。エネルギー範囲は 36 MeV までとした。同図において想定した核種と比較の基準としたモデル (FS) は以下の通りである：

$$\begin{aligned}
\text{核種} &: A = 150 \quad (\text{even-even}) \\
\text{系統性} &: \text{第 1 表} \\
\text{FS モデル} &: \text{FG モデル } (\bar{a} = 20.55, \delta = 0.0) \\
&\quad \text{図中に } \bar{S}, \bar{\sigma}^2 \text{ で示す。}
\end{aligned}$$

以上の検討より、次の様に要約して述べることができる：

- ① IST モデルでは、慣性能率  $J$  への shell-effect が考慮されず、従って、 $E_S$  の絶対値が大きい場合は IST の  $\sigma^2$  値は大きすぎる傾向をもつ。一方、KRK、SPC モデル

では共に考慮される（ほぼ同等）。但し、K R K モデルのそれは半経験的な取扱いである。

- ② 対相関の odd-even effect  $\delta$  による取り扱いでは、低励起エネルギー領域での  $S$ 、 $\sigma^2$  値が過小となりすぎる。これは定核温度型スペクトルを打ち消す傾向である。
- ③ S P C モデルの Pairing-effects の励起エネルギー依存性は、I S T モデルの相転移を点から領域にならした振舞い。
- ④ S P C モデルでは Shell-Pairing Correlation の補正項が追加された形式となり、I S T モデルのパラメータ  $\Delta_0$  への shell-effects が自動的に考慮される。
- ⑤ S P C モデルでは基底状態補正項  $U_T$  (A3式) を、質量公式における液滴モデルへの補正項として fitting すれば、パラメータ ( $f_S$ 、 $\omega$ 、 $q$ ) の定量的な情報源となる。

すなわち、S P C モデルでは、より単純なパラメータの系統性が得られる点（特に④）に、そのメリットを期待することができる。

第1表 準位密度公式パラメータの系統性

[Shell Effects]

$$\bar{a} = \alpha A \quad \alpha = 0.137 \\ g_0 = (6/\pi^2) \bar{a} = 0.0833A$$

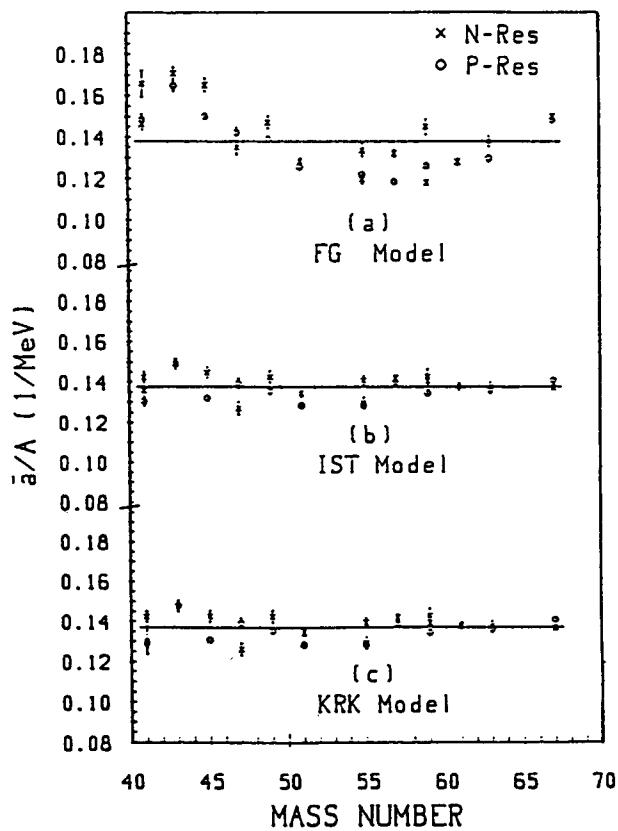
$$\omega = \omega_0 A^{1/3} \quad \omega_0 = 0.170 : \text{K R K モデル} \\ |E_S|_{\max} = g_0 f_S / \omega^2 \\ = 2.88 f_S A^{1/3}, \quad (0 < f_S < 1.0) \\ \tau = \pi \omega t = 0.534 A^{1/3} t$$

$$\gamma = \gamma_0 A^{-1/3} \quad \gamma_0 = 0.40 : \text{I S T モデル}$$

[Pairing Effects]

$$\Delta_0 = 12 A^{-1/2} \quad t_C = 0.567 \Delta_0 : \text{I S T モデル} \\ = 6.80 A^{-1/2} \\ E_C = 1/4 g_0 (\Delta_0)^2 = 3.0 (a_C / \bar{a})$$

$$E_P = E_C \quad E_P = g_0 / q^2 : \text{S P C モデル} \\ q = 2 / \Delta_0 = 0.167 A^{1/2} \\ \tau_P = \pi q t = 0.525 A^{1/2} t$$



(FG モデル)

$$\alpha = 0.138, \quad \chi^2 = 14.642$$

(IST モデル)

$$\alpha = 0.138, \quad \chi^2 = 2.111$$

(KRK モデル)

$$\alpha = 0.137, \quad \chi^2 = 2.090$$

$$\bar{a} = \alpha A,$$

$$\chi^2 = \sum_i (\bar{a} - \alpha A_i)^2$$

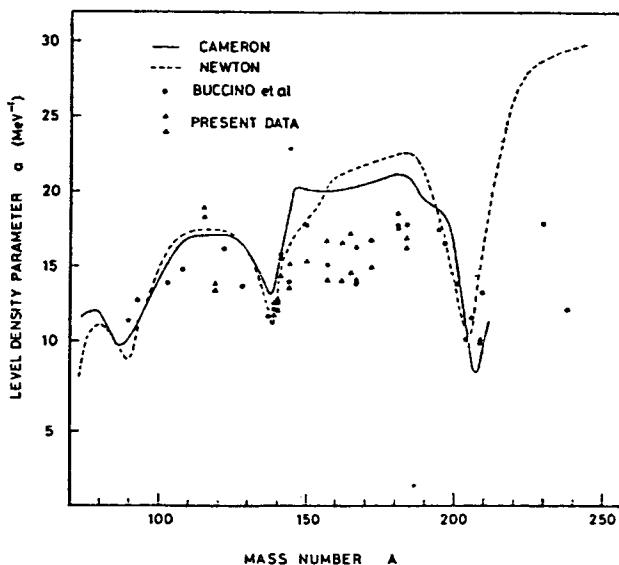
$$J_{FG} = 0.0150 A^{5/3}$$

H. Vonach, et al. : Phys. Rev. C38, 2541(1988).

$\delta$  : Gilbert and Cameron data.

$E_s$  : Meyers and Swiatecki [Ark. Fys. 36, 343(1967)].

第1図 準位密度パラメータ  $\bar{a}$  値の系統性



CAMERON : A. Gilbert and A. G. W. Cameron, Can. J. Phys. 43, 1446 (1965).

BUCCINO et al : S. G. Buccino et al., Nucl. Phys. 60, 17 (1964).

PRESENT DATA : R. O. Owens and J. H. Towle, Nucl. Phys. A112, 337 (1968).

第2図 中性子非弾性散乱スペクトルと共に鳴データ解析  
よりの準位密度パラメータ値の比較

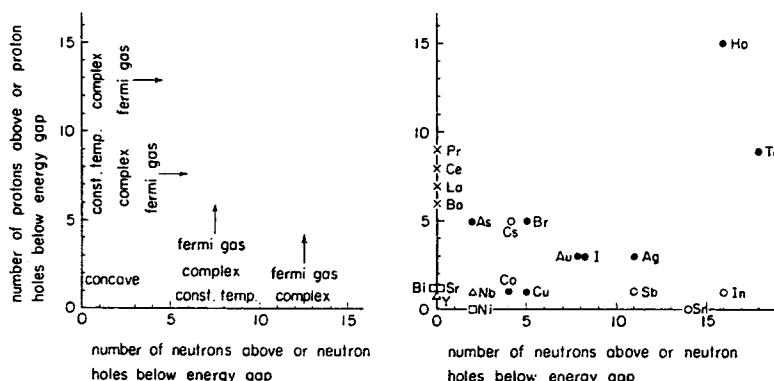
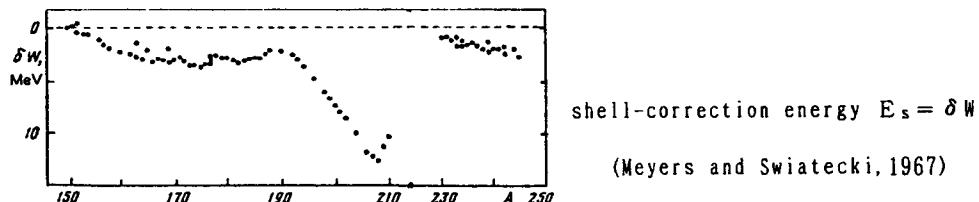
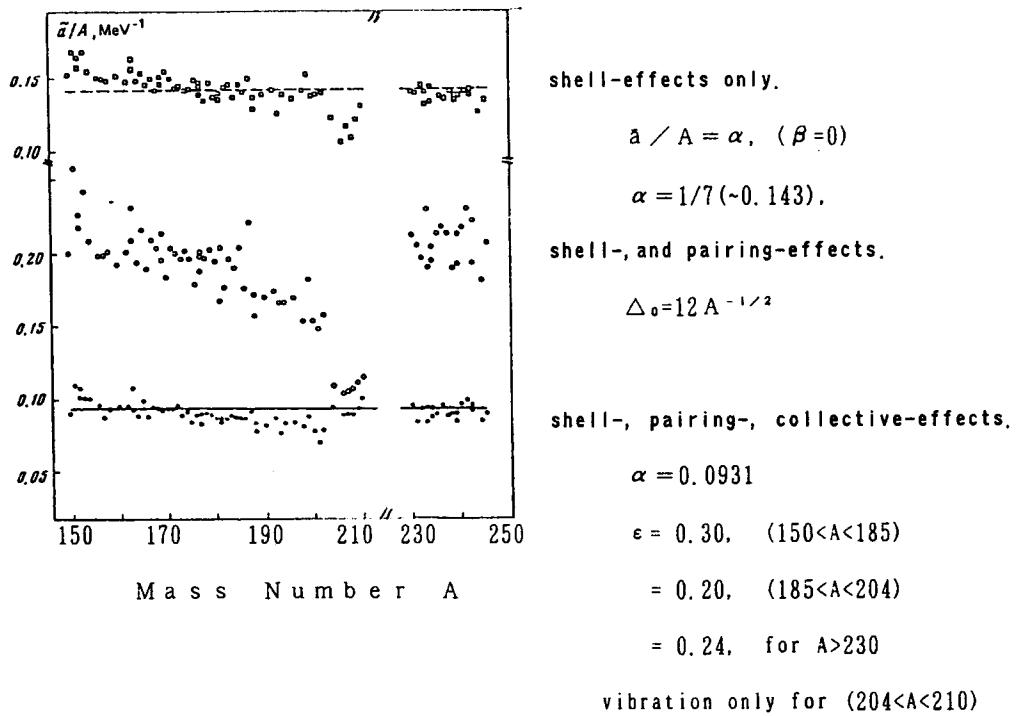


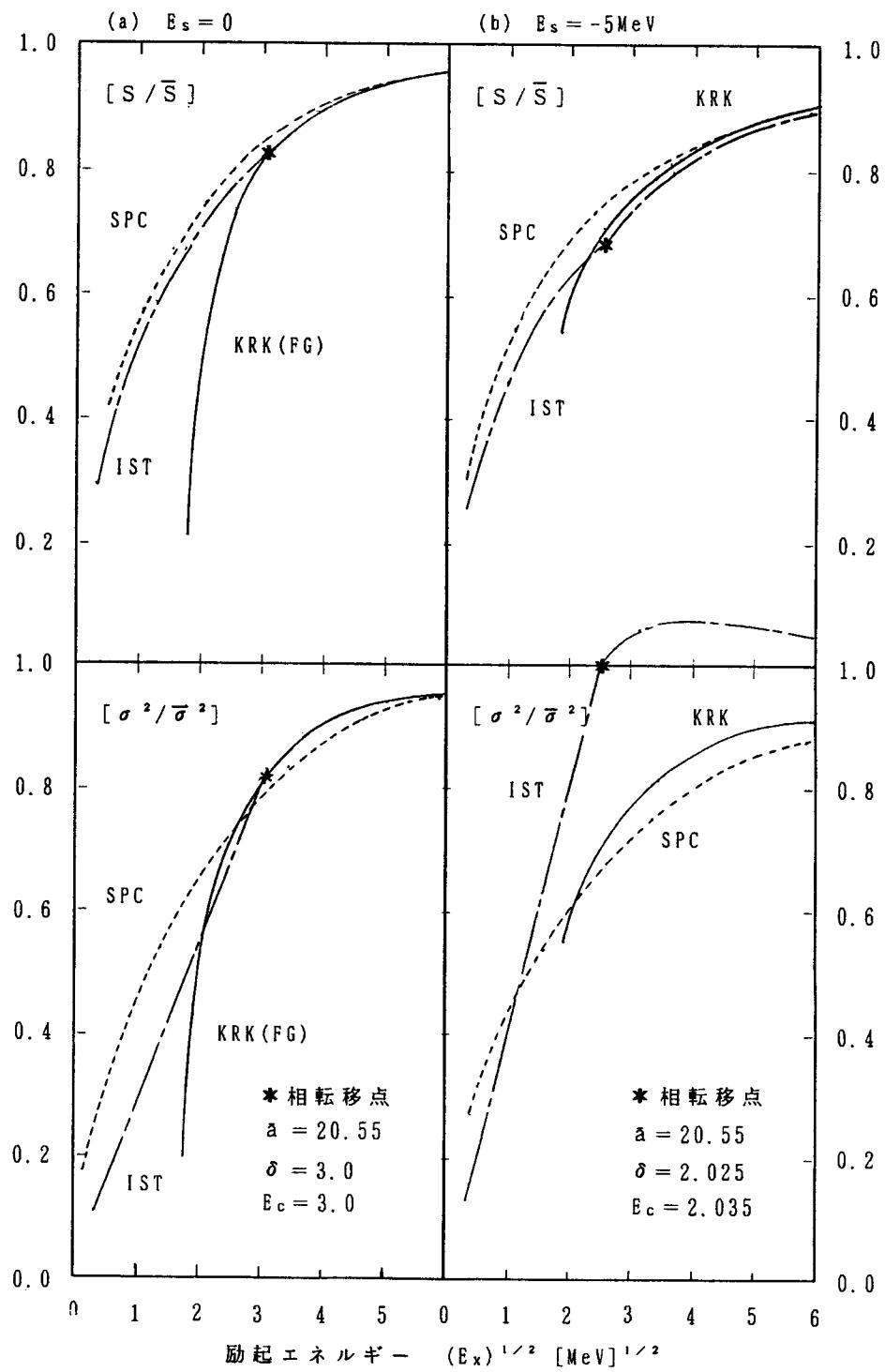
Fig. 16. Relation between the level density form and the degree of shell filling in the nuclear ground state. The left part shows calculated results by the use of the simple model of the single-particle levels and at the right are shown those observed in the present experiment. 40 is regarded as a magic number. Closed circles, open circles, crosses and squares mean the Fermi gas, complex, constant temperature and concave forms, respectively, and triangles the undistinguishable form between the Fermi gas and constant temperature forms.

第3図 非弾性散乱中性子スペクトル・タイプの分類  
—FGモデル型と定核温度型—



Ignatyuk, Isteckov, and Smirenkin :  
[S. J. Nucl. Phys. 29, 450 (1979)]

第4図 ISTモデルによる共鳴データの再現性



第5図 Pairing-Effect, Shell-Pairing Correlation 励起依存性