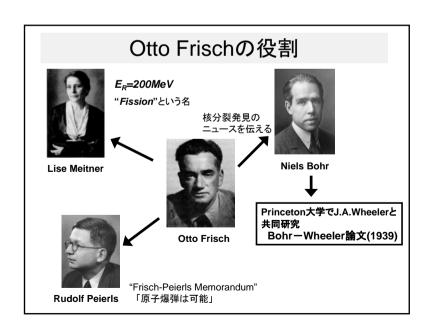
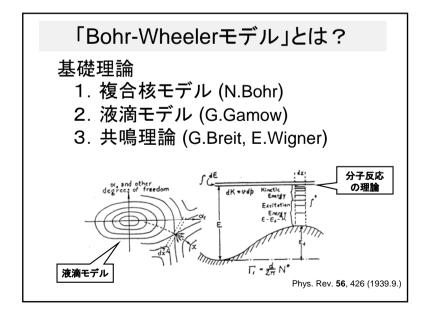
# 核分裂理論入門 Introduction to Nuclear Fission Physics

近畿大学大学院 総合理工学研究科 大 澤 孝 明 Takaaki Ohsawa



# 超ウラン元素をつくろうとしたら... Otto Hahn Fritz Strassmann Fritz Strassmann Otto Hahn Fritz Strassmann 1235U + n → 140Ba + 93Kr + 3n + 200MeV (T1/2=306h) Lise Meitner、Otto Frisch: Bethe-Weizsäcker公式でエネルギーを計算



### 核分裂のエネルギーは電気エネルギー?

対称分裂を考え、項ごとのエネルギーの変化を計算する:  $(A, Z) \rightarrow (A/2, Z/2) + (A/2, Z/2) + Q$ 

$$O = \{M(A, Z) - 2 \times M(A/2, Z/2)\}c^{2}$$

For Z=92, A=236

(1) Volume term :  $a_vA - 2a_v(A/2) = 0$ (2) Surface term :  $-a_sA^{2/3} - 2[-a_s(A/2)^{2/3}] = -a_s(2^{2/3}-1)A^{2/3}$ =-171.0 MeV < 0

(3)Coulomb term :  $-a_0Z^2A^{-1/3} - 2a_0[(Z/2)^2(A/2)^{-1/3}]$ =  $-a_0(2^{-2/3}-1)Z^2A^{-1/3} = 353.3 \text{MeV} > 0$ 

(4) Symmetry term :  $-a_{sy}(N-Z)^2/A - 2[-a_{sy}(N/2-Z/2)^2/(A/2)]$ 

(5) Pairing term: depends on even-odd character A/2, Z/2

## 液滴モデルによる安定性の限界

Simple case:  $R(\theta)=R_0[1 + \alpha_2P_2(\cos\theta)]$ 

P<sub>2</sub>: Legendre polynomial

surface energy: Es = Es°[1 +  $(2/5)\alpha_2^2 + \cdots$ ]

electrostatic energy: Ec =  $\text{Ec}^{\circ}[1 - (1/5)\alpha_2^2 + \cdots]$ 

Es°, Ec°: spherical nucleus

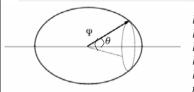
deformation energy:  $\Delta V = (Es - Es^{\circ}) + (Ec - Ec^{\circ})$ 

 $=(1/5)[2Es^{\circ} - Ec^{\circ}] + \cdots$ 

>0 (stable) if 2Es°>Ec°

<0 (unstable) if 2Es°<Ec°

# 原子核の変形モード



Breathing mode (not observed) Shift in center-of-mass  $\beta$  -.  $\gamma$  -deformation Mass asymmetric deformation *l*=even Reflection-symmetric def. axially symmetric deformation

 $R(\theta,\varphi)=R_0[1+\sum_{lm}\alpha_{lm}Y_{lm}(\theta,\varphi)]$ 

 $\beta$  -deformation

Cross-section 

 $\gamma$  -deformation

Shape

Mass-asymmetric def.



Y2+ Y4 deformation



### Fissility parameter

Fissility parameter:

$$x = \frac{\text{Ec}^{\circ}}{2\text{Es}^{\circ}} = \frac{\text{electrostatic energy for charged sphere}}{2 \text{ (surface energy for sphere)}}$$

$$Ec^{\circ} = (3/5)(Ze)^{2}/R_{0} = 0.7103(Z^{2}/A^{1/3})$$
,  $R_{0}=1.216A^{1/3}$ 

$$Es^{\circ} = 4\pi R_0^2 \Omega = 17.80 A^{2/3}$$
,

 $\Omega$ : surface tension

$$x = \frac{0.7103(Z^2/A^{1/3})}{2 \times 17.80A^{2/3}} = \frac{Z^2/A}{50.13}$$

## Fissility parameterと核分裂障壁

Nucleus	$Z^2/A$	x
Bi-209	32.96	0.6575
Th-232	34.91	0.6969
U-235	36.02	0.7185
U-238	35.56	0.7099
Pu-239	36.97	0.7380
Fm-254	39.37	0.7854
[Z=120]	<b>~</b> 50	<b>∼</b> 1

液滴モデルによる安定性の 限界の予想はZ=120あたり

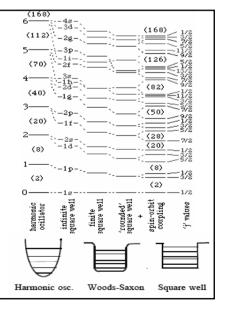
実際には、**殼効果**(shell effect)があり、これが安定性に大きく影響

### LDM prediction

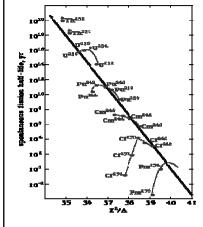
Saddle-point deformation :  $\alpha_f = \frac{7}{3} (\frac{4\pi}{5})^{1/2} (1-x)$ 

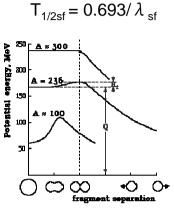
Fission barrier height:  $E_f = \frac{98}{135} (1-x)^3 a_{\text{sturf}} A^{2/3}$ 

# 球形核の 殻構造



# 自発核分裂の半減期とfissility parameter





### 原子核の殻モデルを開発した人々



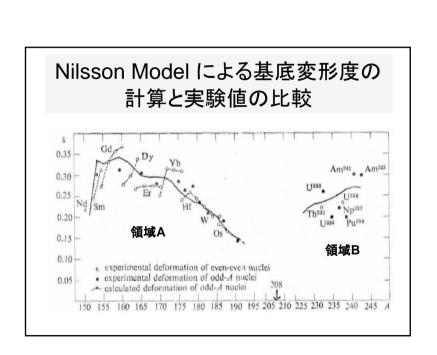


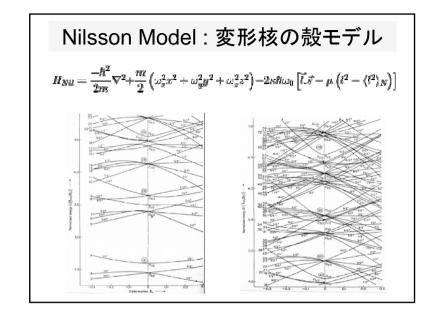
Maria Goeppert & Joseph Mayer

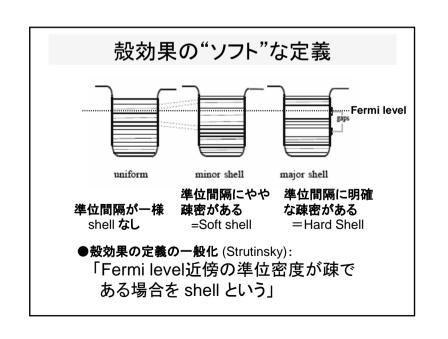
J. Hans D. Jensen

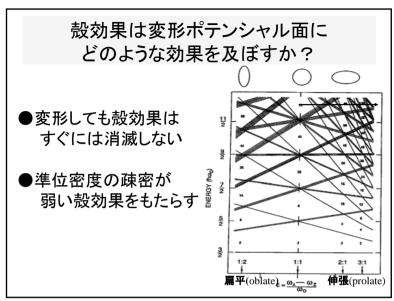
1963年ノーベル物理学賞受賞(E. Wignerとともに)

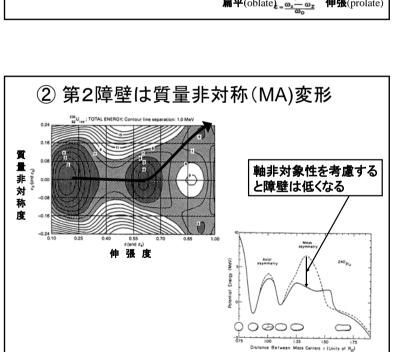
# 変形核をどう考えるか? 閉核(closed shell nucleus) に核子が付け加わると、外の軌道の核子の分布が一様でないので歪んで見える。さらに核子が付け加わると、芯の部分も変形する。 Mid-shell deformed regions Region II: Trackel for included to the product of the pro

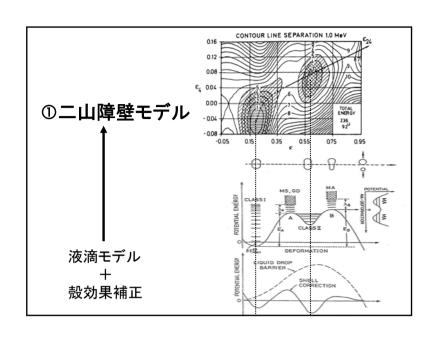


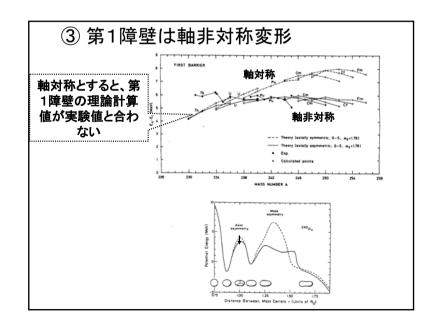


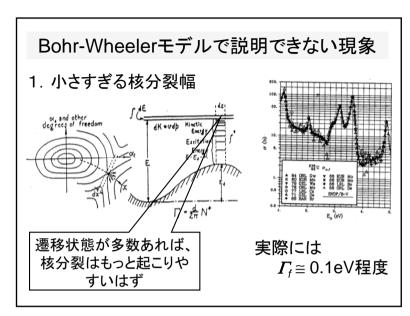


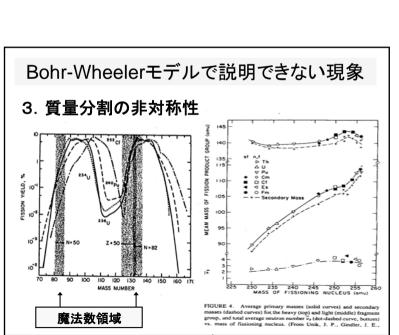


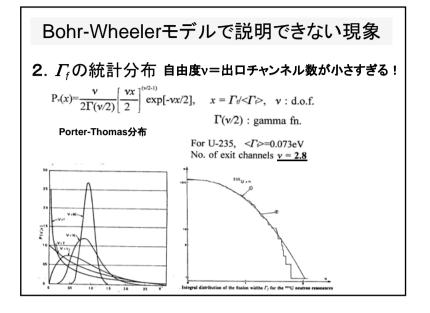


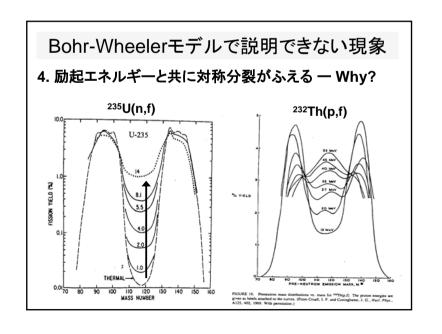


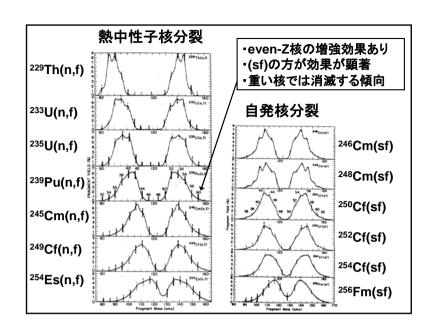


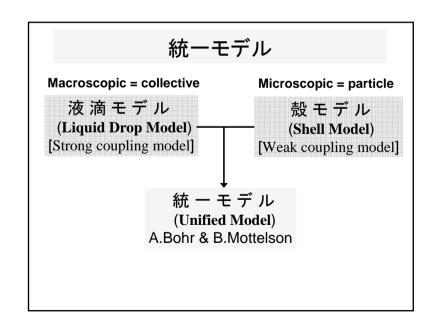


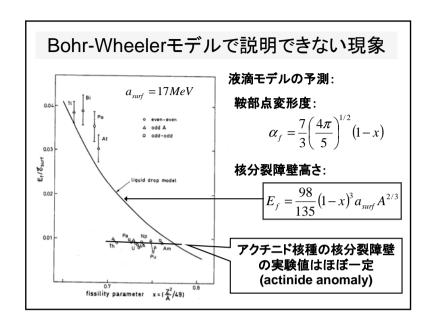


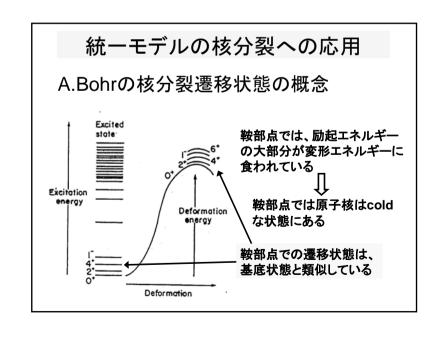












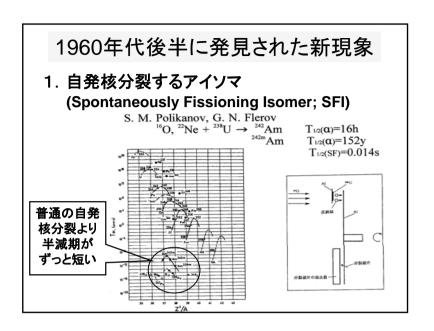
### 統一モデルの核分裂への応用

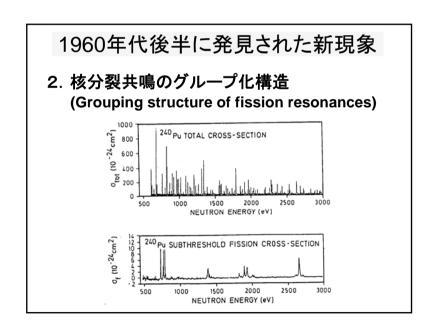
N. Bohr: 鞍部点での遷移 状態は多数 A. Bohr: 鞍部点での遷移 状態は少数

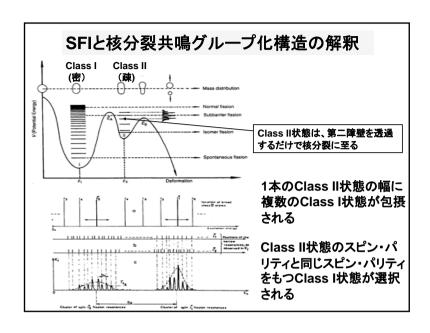
- 1. 小さすぎる核分裂幅
- **2.** *Γ*<sub>t</sub>の統計分布

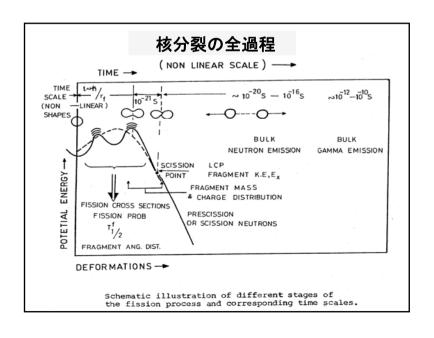
の問題は解決

### 









### ここまでのまとめ

原子核物理の流れ

核分裂物理の流れ

複合核モデル 液滴モデル Bohr-Wheeler Model フェルミ気体モデル

設モデル 集団運動モデル 質量分割の非対称性

A.Bohrの統一モデル: 少数の遷移状態

変形核の殻構造 (Nilsson)

2山障壁モデル (Strutinsky)

# 核分裂断面積の解析から核分裂障壁高さを抽出する

アクチニド核種(231Pa~252Cfの24核種) の核分裂断面積データから核分裂障壁 高さの情報を抽出できないか?



- ●アクチニド核種の核分裂障壁高さの 系統性
- ●原子核の表面張力エネルギーの抽出

### 解析の方法

- ●複合核/統計モデル
  - →Hauser-Feshbachモデル
- ●中性子透過係数 (T<sub>n</sub>)
  - →光学ポテンシャル
- ●核分裂障壁透過係数 (T<sub>r</sub>)
  - →2山障壁モデル
- ●ガンマ線透過係数 (T<sub>γ</sub>)
  - →ガンマ線強度関数

### 核分裂断面積計算式

$$\sigma_{\mathbf{f}}(\mathbf{E_n}) = \frac{\pi \bar{\lambda}^2}{2\left(2\mathbf{I}+1\right)} \sum_{\ell=0}^{\infty} \mathbf{T}_{\ell}\left(\mathbf{E_n}\right) \cdot \sum_{j=\left\lfloor \mathbf{I}-\frac{1}{2}\right\rfloor}^{\mathbf{I}+\frac{1}{2}} \underbrace{\sum_{j=\ell}^{j+\ell} \frac{(2J+1)\,\mathbf{T}_{\mathbf{f}}\left(\mathbf{E}J\pi\right)}{\mathbf{T}_{\mathbf{f}}\left(\mathbf{E}J\pi\right) + \mathbf{T}_{\mathbf{n}}\left(\mathbf{E}J\pi\right) + \mathbf{T}_{\mathbf{n}}\left(\mathbf{E}J\pi\right) + \mathbf{T}_{\mathbf{n}}\left(\mathbf{E}J\pi\right)}} \mathbf{S}_{\mathbf{f}},$$

Neutron transmission coefficients

$$\begin{split} \mathbf{T}_{\mathbf{n}}(\mathbf{E}\mathbf{J}\pi) &= \int\limits_{\ell}^{\infty} \mathbf{T}_{\ell} \mathbf{T}_{\ell}(\mathbf{E}_{\mathbf{n}}) \ , \\ \mathbf{T}_{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{E}\mathbf{J}\pi) &= \int\limits_{\ell}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} \mathbf{T}_{\ell} \mathbf{T}_{\ell}(\mathbf{E}_{\mathbf{n}} - \mathbf{E}_{\mathbf{v}}) \\ &+ \sum_{\mathbf{I}} \int\limits_{0}^{\mathbf{E}\mathbf{n}} \mathbf{T}_{\ell}(\mathbf{E}_{\mathbf{n}} - \mathbf{E}_{\mathbf{v}}, \mathbf{I}') \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\mathbf{I}} \mathbf{T}_{\ell} \mathbf{T}_{\ell}(\mathbf{E}) \, \mathrm{d}\mathbf{E} \ , \\ &+ \sum_{\mathbf{I}} \int\limits_{0}^{\mathbf{E}\mathbf{n}} \mathbf{T}_{\ell}(\mathbf{E}_{\mathbf{n}} - \mathbf{E}_{\mathbf{v}}, \mathbf{I}') \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{\mathbf{I}} \mathbf{T}_{\ell} \mathbf{T}_{\ell}(\mathbf{E}) \, \mathrm{d}\mathbf{E} \ , \end{split}$$

• Gamma transmission coefficient

$$T_{\gamma}(EJ) = \xi \cdot \sum_{i'=i,J-1}^{J+1} \int_{0}^{E} \epsilon_{\gamma}^{3} \rho^{(A+1)} (E-\epsilon_{\gamma}, I') d\epsilon_{\gamma} ,$$

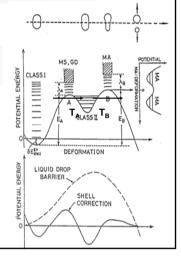
### 核分裂透過係数

### Hill-Wheeler公式

$$T_A = \frac{1}{1 + \exp[(2\pi/\hbar\omega)(E_A - E)]}$$

### 2山の透過確率

$$T = \frac{T_A T_B}{T_A + T_B}$$



### Level Density Formulas

• For spherical nuclei: (球形核)

$$\rho(E,J) = \frac{2J+1}{\sqrt{8\pi}\sigma^3} \omega(E) \exp\{-\frac{J(J+1)}{2\sigma^2}\}$$

● For nuclei with axial and reflection symmetry: (軸対称・鏡映対称;

$$\rho_{ax}(E,J) \simeq \frac{2J+1}{\sqrt{8\pi}\sigma_{H}(E)} \omega(E) \exp\{-\frac{J(J+1)}{2\sigma_{L}^{2}(E)}\}$$

回転楕円体)

• For nuclei without axial and reflection symmetry:

● For nuclei only with reflection symmetry: (鏡映対称のみ)

$$\rho_{rs}(E,I) = \rho_{ns}(E,I) \times \frac{1}{2}$$

● For nuclei with D<sub>2</sub>-symmetry (Ellipsoid): (軸対称・鏡映非対称; 第2障壁)

$$\rho_{D_2}(E,I) = \rho_{ns}(E,I) \times \frac{1}{4}$$