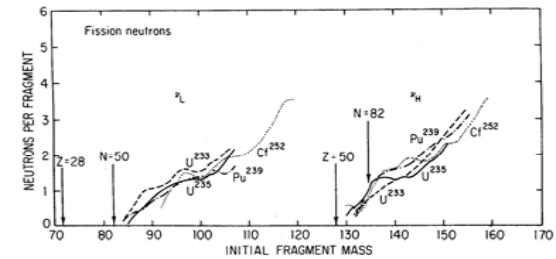


## 2. 分裂片質量の関数としての即発中性子数

変形エネルギー → 初期運動エネルギー  
 変形エネルギー → 分裂片励起エネルギー  
 中性子放出によるcooling

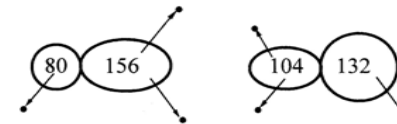
$$\nu(A) \propto \text{核分裂片の励起エネルギー}$$

## 鋸歯状曲線 (Saw-tooth curve)



$A \approx 80$   
(50N)

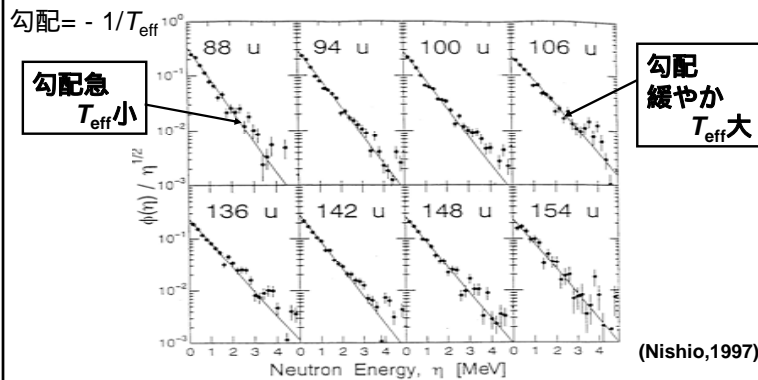
$A \approx 132$   
(50Z, 82N)



## 3. 質量Aの分裂片からの即発中性子スペクトル

CM-spectrum

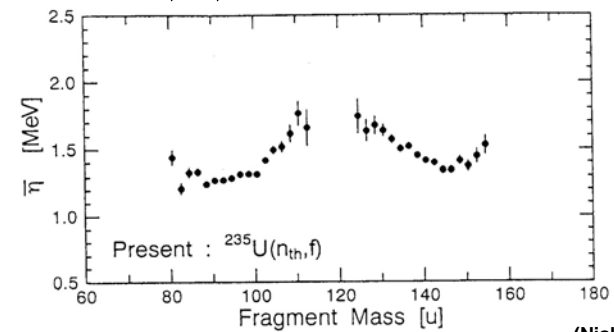
$$\phi(\eta) = C\eta^{1/2} \exp(-\eta/T_{\text{eff}}) \rightarrow \text{中性子の平均エネルギー} \rightarrow \text{核温度 } T_{\text{eff}} \text{ を決定できる}$$



## 核分裂から放出される即発中性子の (重心系) 平均エネルギー

$$\langle \eta_L \rangle = 1.33 \pm 0.11 \text{ MeV},$$

$$\langle \eta_H \rangle = 1.43 \pm 0.11 \text{ MeV}$$



## 質量分布の系統的变化

	Fission probability	Shape of mass yield curve		
		Near threshold	Exc. energy 10-40 MeV	Exc. energy >40 MeV
(Th - ) HIGHLY FISSILE ELEMENTS (Thorium and heavier elements)	Asymmetric fission threshold lies lower. $\Gamma_f/\Gamma_n$ moderate to high. $\sigma_f$ approaches $\sigma_{total}$ . Not strongly dependent on excitation energy.			
INTERMEDIATE ELEMENTS (Actinium, radium, etc.) (Ac, Ra...)	Symmetric and asymmetric fission thresholds about equal. $\Gamma_f/\Gamma_n$ low. Asymmetric fission does not increase with excitation. Symmetric fission increases rapidly and soon washes out asymmetric fission.			
SLIGHTLY FISSILE ELEMENTS (Lead-Bismuth) (Pb - Bi)	Symmetric fission threshold lies lower. $\Gamma_f/\Gamma_n$ very low but increases markedly with energy; but $\sigma_{fission}$ never approaches $\sigma_{total}$ . Symmetric fission predominant! $\Gamma_f/\Gamma_n$ levels off at high excitation			

Characteristics of fission.

## 重アクチノイドの質量分布 -Bimodal Fission-

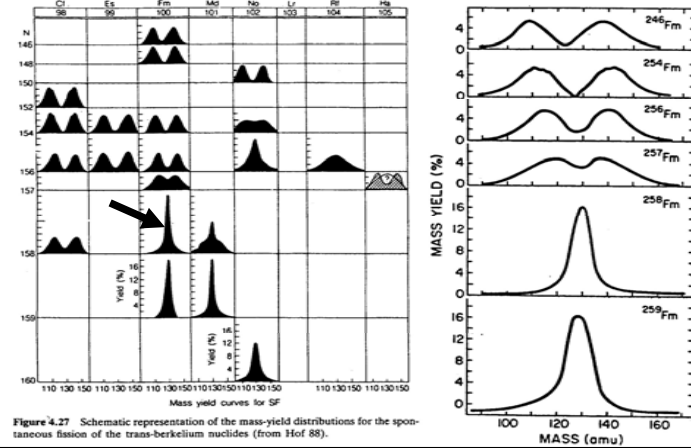


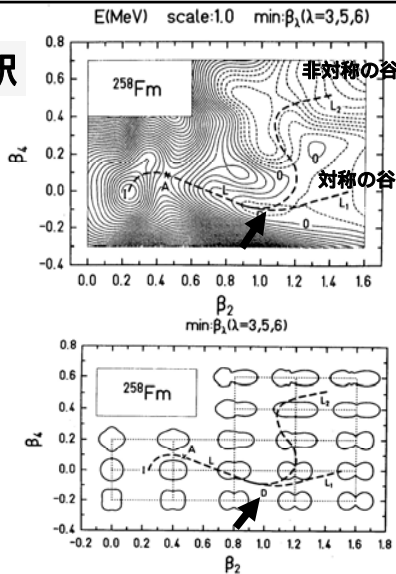
Figure 4.27 Schematic representation of the mass-yield distributions for the spontaneous fission of the trans-berkelium nuclides (from Hof 88).

## Bimodal Fissionの解釈

分岐点Dのポテンシャルの微小な変化

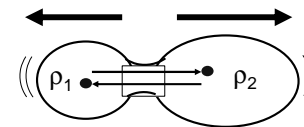


変形経路の大幅な変化



## 核分裂片の質量分布の理論 -古くて新しい問題-

### 1. P.Fongの統計モデル



$E_k$  = 断裂点における分裂片KE

$$Y(Z_1, A_1; Z_2, A_2) =$$

$$C \int_0^{E_T'} dE_k' \int_0^{E_T' - E_k'} d\varepsilon_1 \mu^2 E_k' \rho_1(\varepsilon_1) \rho_2(E_T' - E_k' - \varepsilon_1)$$

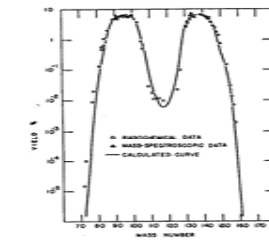


Fig. 9. Calculated mass distribution curve of fission products of  $^{258}\text{Fm}$  induced by thermal neutrons, compared with experimental data. P. Fong, Phys. Rev. 102, 434 (1956)

### 岡本、中原、西によるFong modelの検証

$^{241}\text{Am}(n,f)$

- ・Bunched Level Density公式(実線)
  - ・Fermiガスモデル公式(破線)
  - ・Ignatyuk公式(一点鎖線)
- による計算結果

二重魔法数領域の効果が強調されすぎる

Fongの結果はFongの準位密度公式に秘密がある

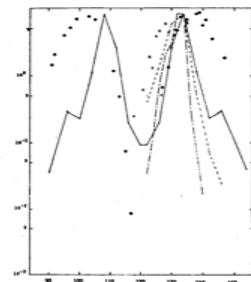
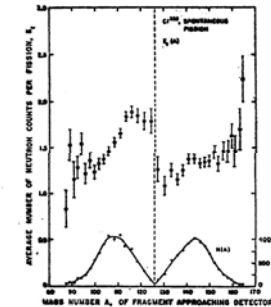
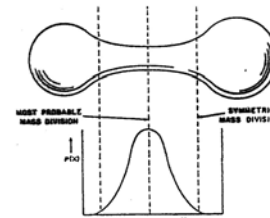


Fig. 9. Mass distributions.  $^{241}\text{Am}$  thermal neutron fission: — Calculated by the bunched level density formula. --- Calculated by the simple Fermi gas level density formula. ● Experimentally determined secondary (post neutron-emission) mass yields.<sup>18)</sup>  $^{235}\text{U}$  thermal neutron fission: — Calculated by Ignatyuk<sup>19)</sup> with a microscopic approach. × Calculated by Hasse<sup>20)</sup> by solving the dynamics of charged liquid drops.  
Okamoto, Nakahara, Nishi

### 2. Random Neck-Rupture Model

[S.L.Whetstone, 1959]



- このモデルは
- ・ $v(A)$ のsaw-tooth曲線
  - ・質量分布が広がりをもつこと
- を定性的に説明可能

- しかし、このモデルは
- ・単一の断裂前形状しか考えていない
  - ・定性的モデルにとどまる

### 3. Scission-Point Model

[B.D.Wilkins et al., 1976]

1. 集団自由度  $\{i\}$   
核子自由度  $\{i\}$  の平衡を別個に考える

2. 変形エネルギー面計算

$$E_{pot}(Z, N, \beta_i) = E_{macro}(Z, N, \beta_i)$$

マクロ項 (LDM + Yukawa-plus-exponential)

殻補正項  
(Strutinsky)

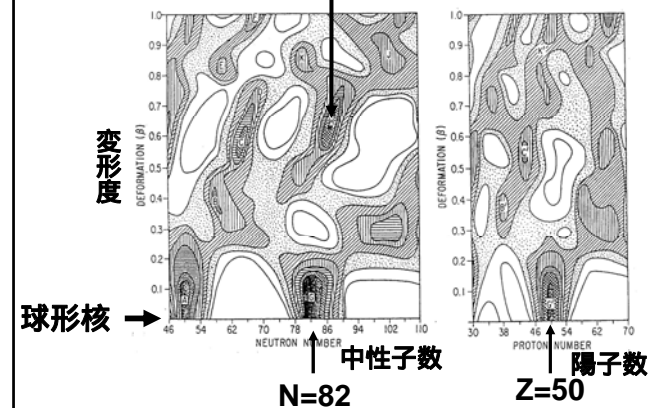
$$+ \delta S(Z, \beta_i) + \delta S(N, \beta_i)$$

ペアリング補正項  
(BCS近似)

$$+ \delta P(Z, \beta_i) + \delta P(N, \beta_i)$$

### Scission Point Modelによる変形エネルギー面

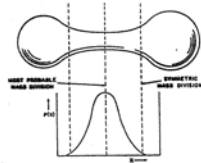
N=86の変形準安定領域



#### 4 . Multimodal Random Neck-Rupture Model [U.Brosa, S.Grossmann, A.Müller]

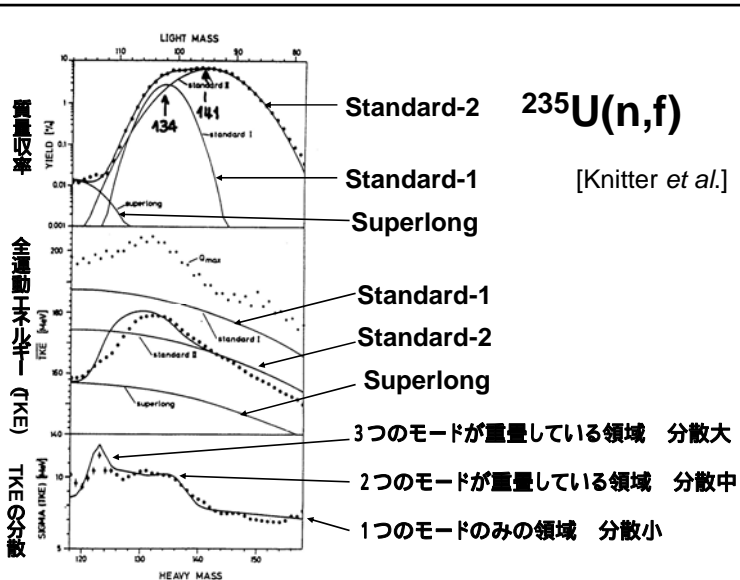
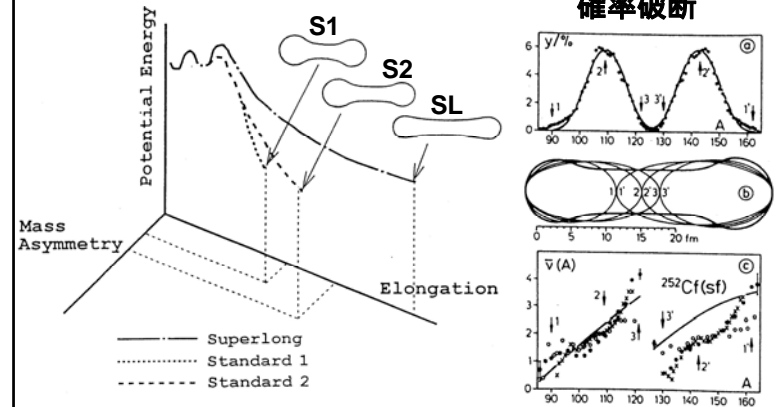
Multichannel Fission Model      Random Neck-Rupture Model

Multimodal Random Neck-Rupture Model (BGM model)

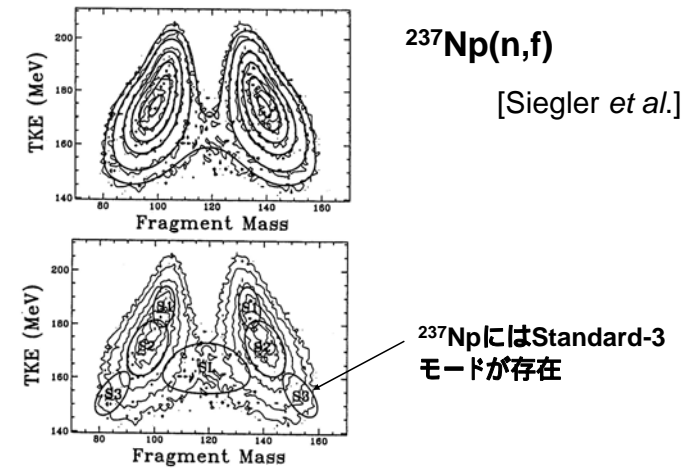


#### マルチモード核分裂モデル

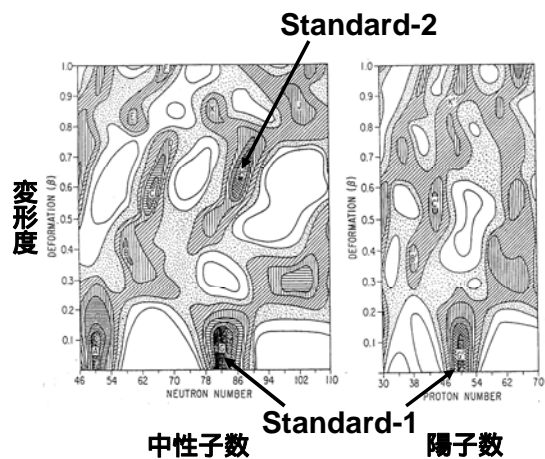
数個の変形経路      断裂前形状      ネック部での確率破断



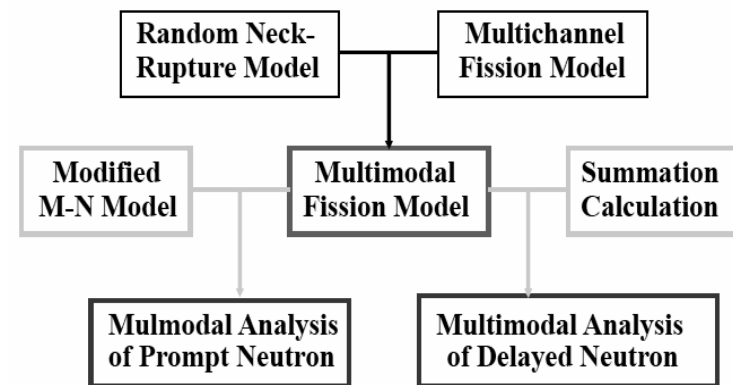
#### 核分裂片の質量数とTKEの2次元分布



## マルチモード核分裂モデルの根拠



## Application of the Multimodal Random-Neck Rupture Model



## マルチモード核分裂モデルの応用 (1)

### 即発中性子スペクトルの計算法

## 即発中性子スペクトルの評価

### 1. Maxwell分布

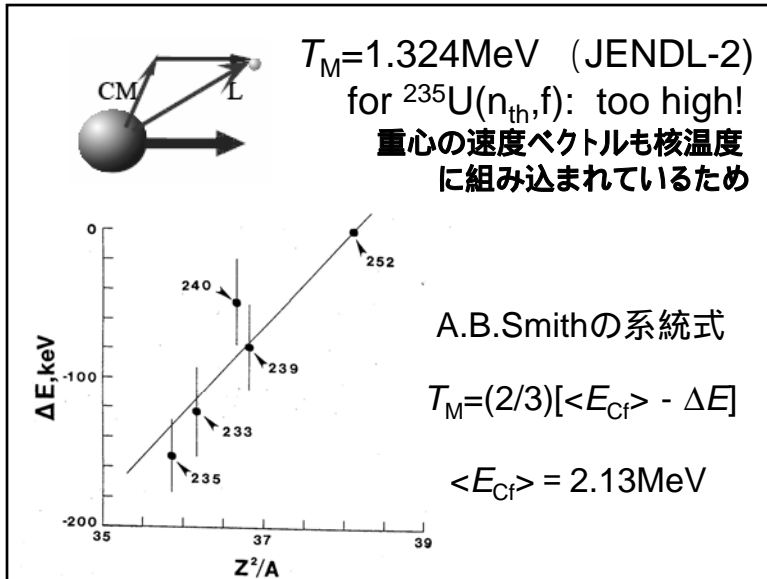
$$\chi(E) = \frac{2}{\sqrt{\pi} T_M^{2/3}} \sqrt{E} \exp\left(-\frac{E}{T}\right)$$

#### 基本仮定

1. カスケード蒸発をMaxwell型分布関数で近似
2. 核分裂片が走っていることは考慮せず
3. パラメータは1個のみ:

実効Maxwell温度  $T_M = \frac{2}{3} \langle E \rangle$

$\langle E \rangle$  = 即発中性子の平均エネルギー



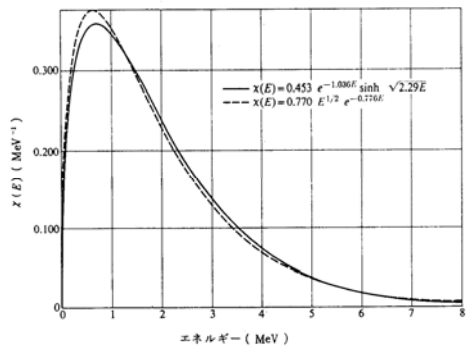
## 2. Watt型分布

$$\chi(E) = \frac{\exp(-E_f/T_W) \exp(E/T_W) \sinh[2(E_f E)^{1/2}/T_W]}{(\pi E_f T_W)}$$

### 基本仮定

- 核分裂片が走っていることを考慮  
 -ただし、軽分裂片と重分裂片は区別せず
- 一般にMaxwell型よりデータへの適合は良好
- パラメータは2個:  
 $E_f$  =核分裂片運動エネルギー / 核子数  
 $T_W$  =実効Watt温度

例  $E_f = 0.55 \text{ MeV}$  for  $^{235}\text{U}(n_{th}, f)$   
 $T_W = 0.98 \text{ MeV}$   
 cf) 実験値  $\langle E_p \rangle = 0.72 \text{ MeV}$



## 3. 新しいモデル

- 単化核温度分布モデル:  
 Madland-Nixモデル
- カスケード蒸発モデル:  
 Mårten-Seeligerモデル  
 Hu Jimin (胡濟民)モデル
- Hauser-Feshbachモデル:  
 Browne-Dietrichモデル  
 Gerasimenkoモデル

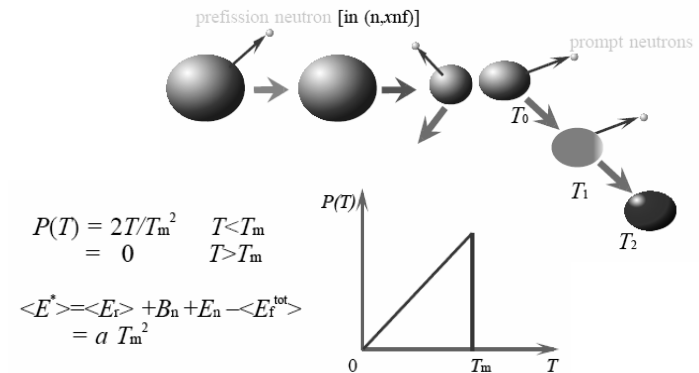
## モデル選定の基準

1. 応用目的に十分な精度があること
2. 評価計算があまりに複雑でないこと

Madland-Nixモデルが適当

## Madland-Nixモデルの主な特徴

- a) カスケード過程における核温度分布は直角三角形分布で近似できる。(J.Terrellの近似)



- b) 核分裂片が走行している効果を、軽分裂片と重分裂片について別個に考慮。
- c) 逆過程断面積のエネルギー依存性を考慮。
- d) 高エネルギーにおけるマルチチャンス核分裂を考慮できる。

### (1) 即発中性子の重心(CM)系スペクトル

Weisskopfの蒸発スペクトル:

$$\phi(\varepsilon) = k(T)\sigma_c(\varepsilon)\varepsilon \exp(-\varepsilon/T)$$

これは残留核温度が $T$ であるような崩壊において放出される中性子スペクトルを表す

### 核温度の分布

$$P(T) = \begin{cases} 2T/T_m^2 & T \leq T_m \\ 0 & T > T_m \end{cases}$$

$$\langle E^* \rangle = \langle E_r \rangle + B_n + E_n - \langle E_f^{tot} \rangle = a T_m^2$$

核温度分布にわたって積分した重心系スペクトル

$$\Phi(\varepsilon) = \frac{2\sigma_c(\varepsilon)\varepsilon}{T_m^2} \int_0^{T_m} k(T)T \exp(-\varepsilon/T) dT$$

さまざまな温度 $T$ の分裂片から放出される中性子を積算している

## (2) 重心(CM)系から実験室(L)系への変換

$$N(E, E_f, \sigma) = \frac{1}{2\sqrt{E_f T_m}} \int_{(\sqrt{E}-\sqrt{E_f})^2}^{(\sqrt{E}+\sqrt{E_f})^2} \sigma_C(\varepsilon) \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon \int_0^{T_m} k(T) T \exp(-\varepsilon/T) dT$$

→ Gauss-Legendre 積分

$$k(T) = \left[ \int_0^{\infty} \sigma_C(\varepsilon) \varepsilon \exp(-\varepsilon/T) d\varepsilon \right]^{-1}$$

→ Gauss-Laguerre 積分

$\sigma_C(\varepsilon)$  : Becchetti-Greenlees 光学ポテンシャル  
で計算した逆過程断面積

## (3) 全スペクトル

$$N(E) = (1/2)[N_L(E) + N_H(E)]$$

核子1個あたりの分裂片運動エネルギー

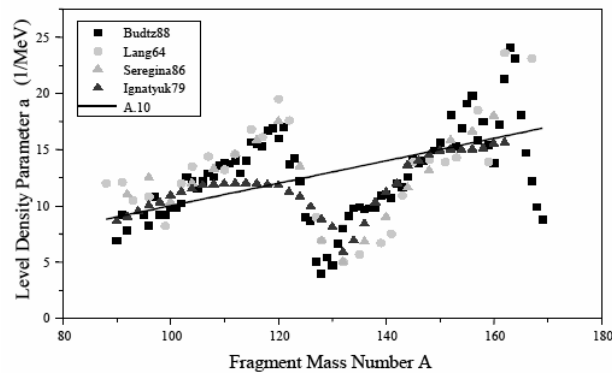
$$E_{fL} = (A_H / A_L) \langle E_f^{tot} \rangle / A \approx 1 \text{ MeV}$$

$$E_{fH} = (A_L / A_H) \langle E_f^{tot} \rangle / A \approx 0.5 \text{ MeV}$$

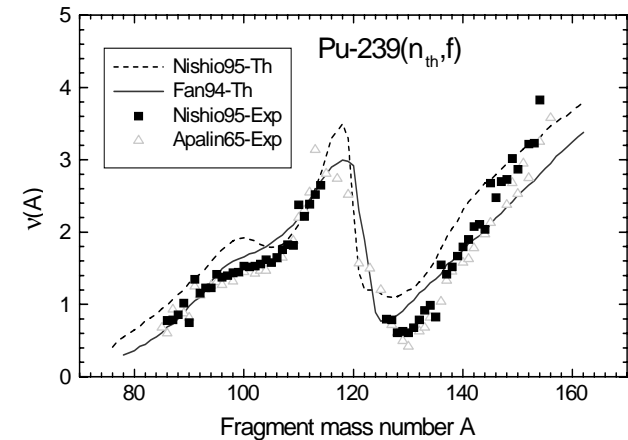
## Madland-Nixモデルの改良

### 1. 核分裂片の準位密度パラメータ

直線近似式:  $a = A/10$  Ignatyukモデル



### 2. 軽分裂片と重分裂片から放出される中性子数の非同等性



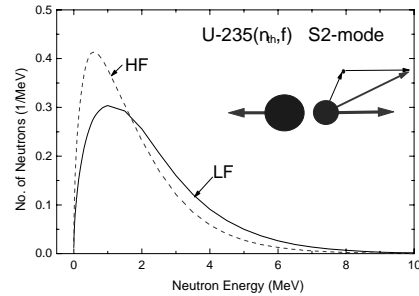


M-N:  $\chi_i(E_n) = (1/2)[\chi_{iL}(E_n) + \chi_{iH}(E_n)]$

↓

新:  $\chi_i(E_n) = \frac{1}{v_{iL} + v_{iH}} [v_{iL}\chi_{iL}(E_n) + v_{iH}\chi_{iH}(E_n)]$

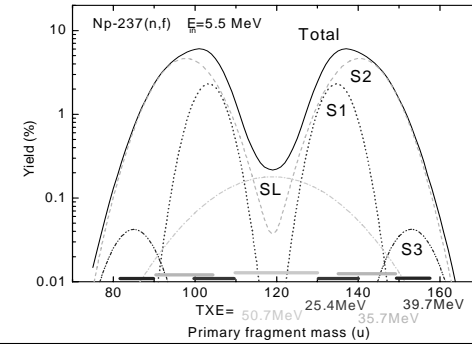
HFとLFから放出される中性子スペクトルは大きく異なる!



### 3. 核分裂モードを考慮

核分裂片の励起エネルギーは質量領域により大きく異なる

→モードごとに別個に扱う



モードごとのスペクトルを計算し、それを

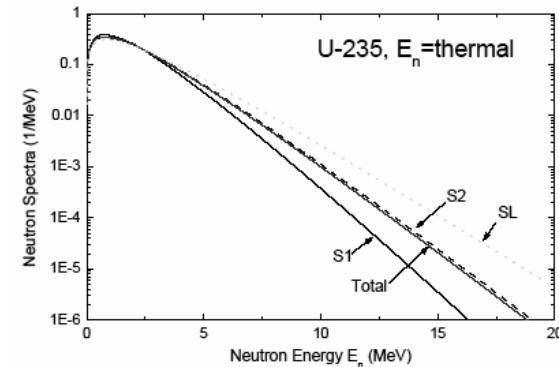
- ・モード分岐比:  $w_i$
- ・モード  $i$  の即発中性子数:  $v_i$

で重みづけ平均をとる。

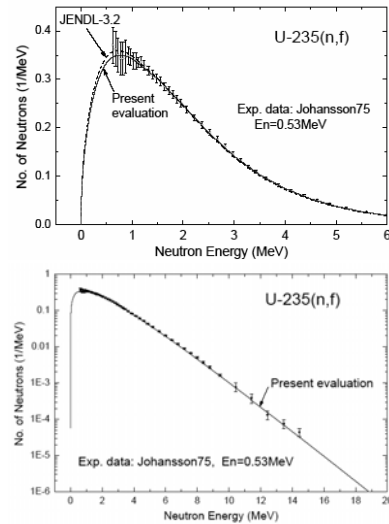
$$\chi_{tot}(E_n) = \frac{[\sum_i w_i v_i \chi_i(E_n)]}{[\sum_i w_i v_i]}$$

### U-235のモード別スペクトルと全スペクトル

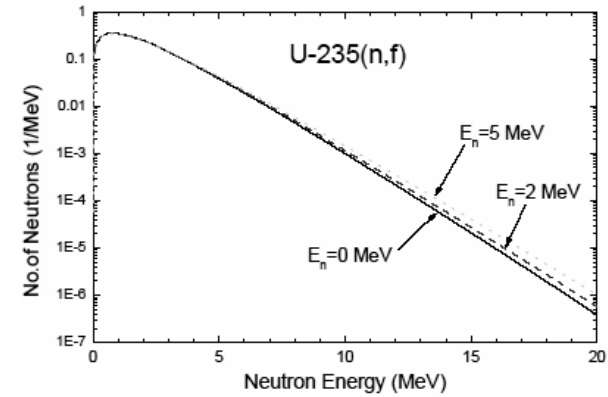
- ・S1,S2,SLの順にスペクトルは硬くなる
- ・全スペクトルはS2に支配される



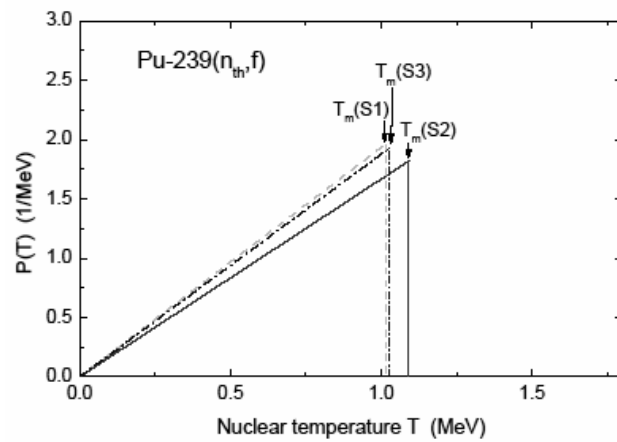
U-235の  
全スペクトル:  
従来の評価値  
との比較



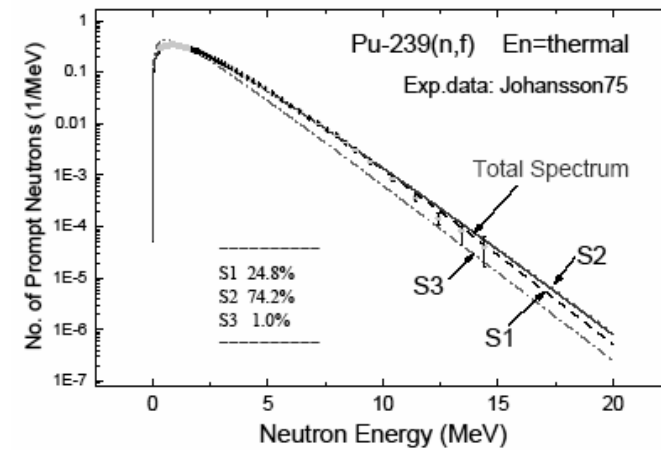
$E_n=0, 2, 5$  MeVに対するU-235の  
即発中性子スペクトル



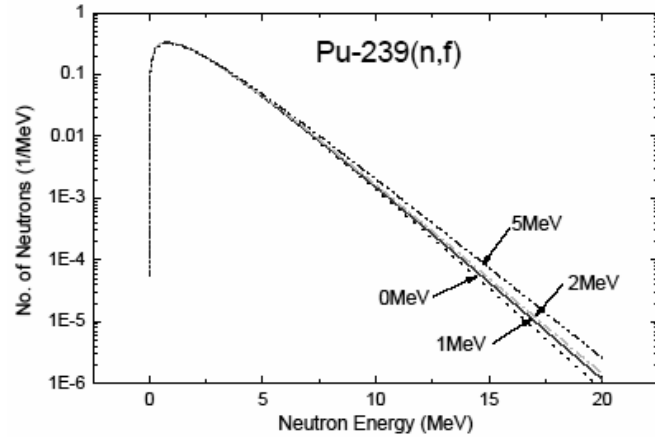
Pu-239のモード別核温度分布



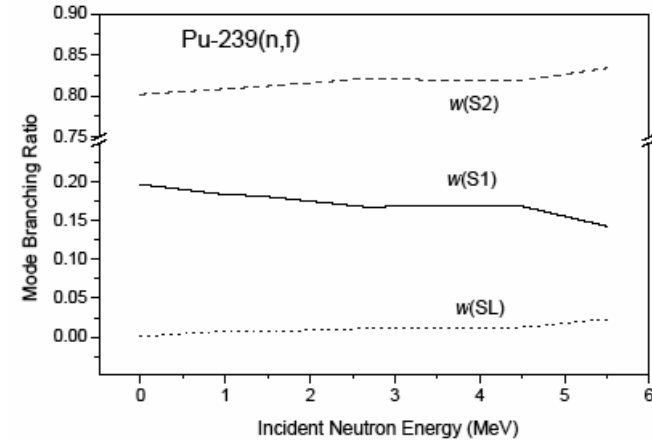
Pu-239のモード別スペクトルと全スペクトル



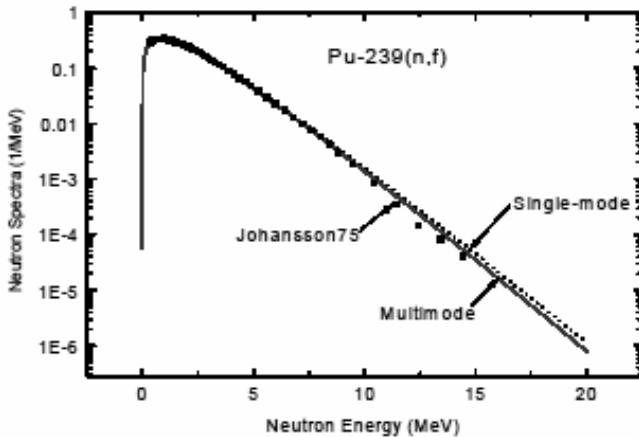
$E_n=0, 1, 2, 5$  MeVに対するPu-239の  
即発中性子スペクトル



Pu-239のモード分岐比のエネルギー依存性



Pu-239のシングルモード/マルチモード・  
スペクトルの比較



マイナーアクチニドへの応用

マイナーアクチニド(MA)のデータ:

- ・実用上のニーズは高まっている
- ・実験データ(核分裂片、中性子データ)が乏しい



解決すべき問題点

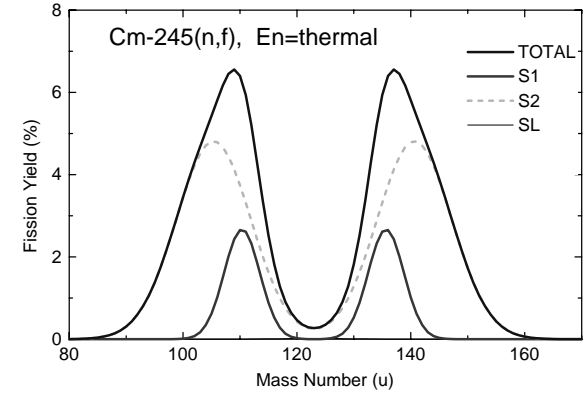
1. マルチモード核分裂データをどうするか?  
→Wang-Huモデルを活用
2. モードごとの全運動エネルギーデータを  
どう推定するか?  
→既存のデータの系統性を研究

## Wang-HuのFive-Gaussian Model

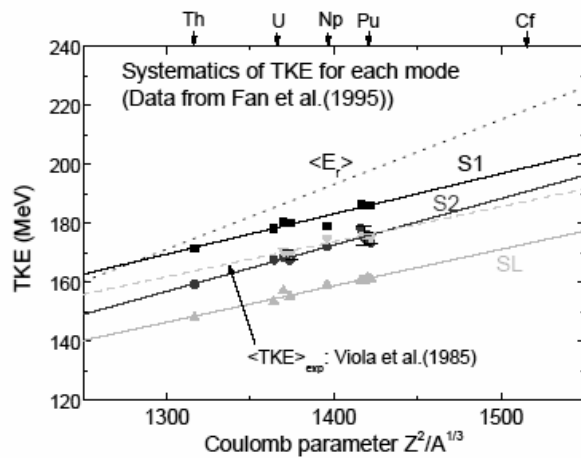
$$Y(A, A_f, E_f) = C_{S1}[G(A, A_{S1}, \mu_{S1}\sigma) + G(A, A_f - A_{S1}, \mu_{S1}\sigma)] \\ + C_{S2}[G(A, A_{S2}, \sigma) + G(A, A_f - A_{S2}, \sigma)] \\ + C_{SL}G(A, A_f/2, \mu_{SL}\sigma)$$

Parameters :

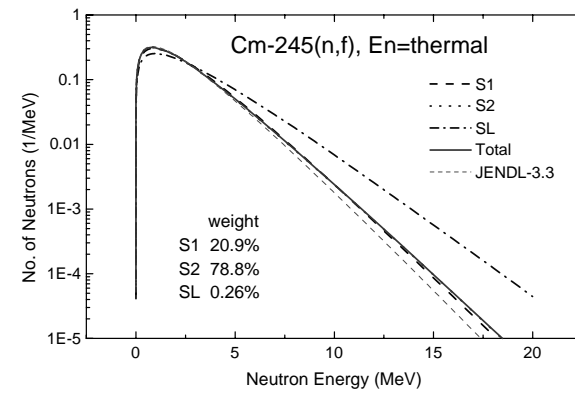
$$C_{S1} = 59.3 - 0.263 N_f - 0.017(A_f - 235.7) E_f^*, \\ C_{S2} = 2.66(169.9 - N_f) + 0.19(A_f - 232.6) E_f^*, \\ C_{SL} = 0.01 \exp(0.46 E_f^*), \\ A_{S1} = 82.3 + 0.293 N_f + 0.1 Z_f - 0.03 E_f^*, \\ A_{S2} = 141.0 - 0.053 E_f^*, \\ \sigma = 5.7 - 0.24(149.9 - N_f) + 0.12 E_f^*, \\ \mu_{S1} = 1.4, \\ \mu_{S2} = 1.884 - 0.0094 N_f + 0.267 \exp[-(N_f - 142.5)^2 \\ + 0.114 \exp[-|N_f - 146.8|]], \\ C = 100 / (C_{S1} + C_{S2} + C_{SL}/2)$$



## モードごとのTKEの系統性



## Cm-245の即発中性子スペクトル



### Cm-245のモード・パラメータ

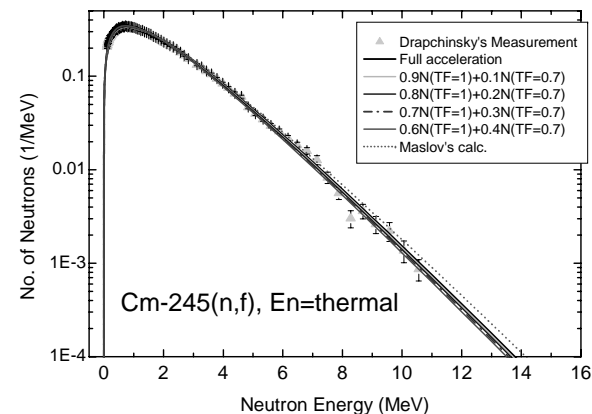
	S1	S2	SL
<b>ER</b>	<b>215.16</b>	<b>208.97</b>	<b>218.87</b>
<b>TKE</b>	<b>192.86</b>	<b>183.77</b>	<b>167.56</b>
<b>TXE</b>	<b>29.11</b>	<b>32.00</b>	<b>58.11</b>
<b>vi</b>	<b>3.20</b>	<b>3.56</b>	<b>6.83</b>

$$\langle v \rangle_{\text{cal}} = 3.50$$

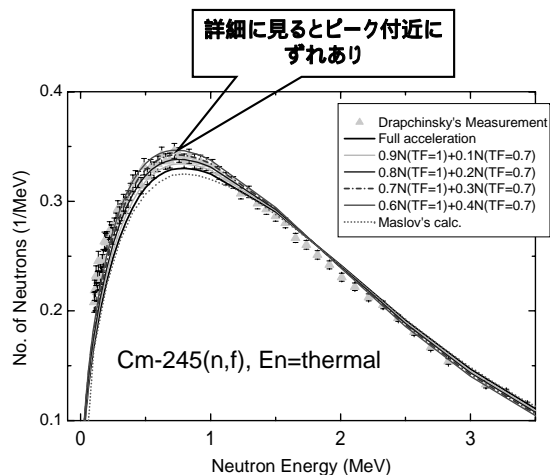
Experimental data of Khokhlov *et al.*:

$$v = (3.525 \pm 0.023) + (0.146 \pm 0.009)En$$

### Cm-245のスペクトル: 実験データとの比較



### Cm-245のスペクトル: ピーク近傍



### 核分裂における中性子放出機構

